MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES · YEAR 1703 · PAGES 85 TO 89

# Explication de l'Arithmétique *Binaire*

Par M. Leibnitz

Gottfried Wilhelm Leibniz · Read on 5 May 1703, as the margin of page 85 notes

10

*Qui se sert des seuls caracteres 0 & 1 ; avec des Remarques sur son utilité, & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.*

Le calcul ordinaire d'Arithmétique se fait suivant la progression de dix en dix. On se sert de dix caracteres, qui sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qui signifient zero, un, & les nombres suivans jusqu'à neuf inclusivement. Et puis allant à dix, on recommence, & on écrit *dix* ; par 10 ; & dix fois dix, ou *cent*, par 100 ; & dix fois cent, ou *mille*, par 1000 ; & dix fois mille, par 10000. Et ainsi de suite.

Mais au lieu de la progression de dix en dix, j'ai employé depuis plusieurs années la progression la plus simple de toutes, qui va de deux en deux ; ayant trouvé qu'elle sert à la perfection de la science des Nombres. Ainsi je n'y employe point d'autres caracteres que 0 & 1, & puis allant à deux, je recommence. C'est pourquoi *deux* s'écrit ici par 10, & deux fois deux ou *quatre* par 100 ; & deux fois quatre ou *huit* par 1000 ; & deux fois huit ou *seize* par 100000, & ainsi de suite. Voici *la Table des Nombres* de cette façon, qu'on peut continuer tant que l'on voudra.

Table des Nombres.

| | |
|---|---|
| 00000**0** | 0 |
| 00000**1** | 1 |
| 0000**10** | 2 |
| 0000**11** | 3 |
| 000**100** | 4 |
| 000**101** | 5 |
| 000**110** | 6 |
| 000**111** | 7 |
| 00**1000** | 8 |
| 00**1001** | 9 |
| 00**1010** | 10 |
| 00**1011** | 11 |
| 00**1100** | 12 |
| 00**1101** | 13 |
| 00**1110** | 14 |
| 00**1111** | 15 |
| 0**10000** | 16 |
| 0**10001** | 17 |
| 0**10010** | 18 |
| 0**10011** | 19 |
| 0**10100** | 20 |
| 0**10101** | 21 |
| 0**10110** | 22 |
| 0**10111** | 23 |
| 0**11000** | 24 |
| 0**11001** | 25 |
| 0**11010** | 26 |
| 0**11011** | 27 |
| 0**11100** | 28 |
| 0**11101** | 29 |
| 0**11110** | 30 |
| 0**11111** | 31 |
| 100000 | 32 |
| &c. | |

On voit ici d'un coup d'œil la raison d'une *propriété célébre de la progression Géométrique double* en Nombres entiers, qui porte que si on n'a qu'un de ces nombres de chaque degré, on en peut composer tous les autres nombres entiers au-dessous du double du plus haut degré. Car ici, c'est comme si on disoit, par exemple, que 111 ou 7 est la somme de quatre, de deux & d'un. Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre & un. Cette propriété sert aux Essayeurs pour peser toutes sortes de masses avec peu de poids, & pourroit servir dans les monnoyes pour donner plusieurs valeurs avec peu de piéces.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 100 | 4 | 1000 | 8 |
| 10 | 2 | 100 | 4 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 111 | 7 | 1101 | 13 |

Cette expression des Nombres étant établie, sert à faire très-facilement toutes sortes d'opérations.

Pour l'*Addition* par exemple. ☽

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 110 | 6 | 101 | 5 | 1110 | 14 |
| 111 | 7 | 1011 | 11 | 10001 | 17 |
| 1101 | 13 | 10000 | 16 | 11111 | 31 |

Pour la *Soustraction.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1101 | 13 | 10000 | 16 | 11111 | 31 |
| 111 | 7 | 1011 | 11 | 10001 | 17 |
| 110 | 6 | 101 | 5 | 1110 | 14 |

Pour la *Multiplication.* ⊙

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 3 | 101 | 5 | 101 | 5 |
| 11 | 3 | 11 | 3 | 101 | 5 |
| 11 | | 101 | | 101 | |
| 11 | | 101 | | 1010 | |
| 1001 | 9 | 1111 | 15 | 11001 | 25 |

Pour la *Division.*

15 | ~~11~~11
3 | ~~111~~1
| +1

∫

101 | 5

Et toutes ces opérations sont si aisées, qu'on n'a jamais besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut faire dans la division ordinaire. On n'a point besoin non plus de rien apprendre par cœur ici, comme il faut faire dans le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que 6 & 7 pris ensemble font 13 ; & que 5 multiplié par 3 donne 15, suivant la Table d'*une fois un est un* ; qu'on appelle Pythagorique. Mais ici tout cela se trouve & se prouve de source, comme l'on voit dans les exemples précédens sous les signes ☽ & ⊙ .

Cependant je ne recommande point cette maniere de compter, pour la faire introduire à la place de la pratique ordinaire par dix. Car outre qu'on est accoutumé à celle-ci, on n'y a point besoin d'y apprendre ce qu'on a déja appris par cœur : ainsi la pratique par dix est plus abrégée, & les nombres y sont moins longs. Et si on étoit accoûtumé à aller par douze ou par seize, il y auroit encore plus d'avantage. Mais le calcul par deux, c'est-à-dire par 0 & par 1, en récompense de sa longueur, est le plus fondamental pour la science, & donne de nouvelles découvertes, qui se trouvent utiles ensuite, même pour la pratique des nombres, & sur-tout pour la Géométrie ; dont la raison est, que les nombres étant réduits aux plus simples principes, comme 0 & 1, il paroît partout un ordre merveilleux. Par exemple, dans la *Table* même *des Nombres*, on voit en chaque colonne régner des périodes qui recommencent toujours. Dans la premiere colonne c'est 01, dans la seconde 0011, dans la troisiéme 00001111, dans la quatriéme 0000000011111111, & ainsi de suite. Et on a mis de petits zeros dans la Table pour remplir le vuide au commencement de la colonne, & pour mieux marquer ces périodes. On a mené aussi des lignes dans la Table, qui marquent que ce que ces lignes renferment revient toujours sous elles. Et il se trouve encore que les Nombres Quarrés, Cubiques, & d'autres puissances ; item les Nombres Triangulaires, Pyramidaux & autres Nombres figurés, ont aussi de semblables périodes : de sorte qu'on en peut écrire les Tables tout de suite, sans calculer. Et une prolixité dans le commencement, qui donne ensuite le moyen d'épargner le calcul, & d'aller à l'infini par régle, est infiniment avantageuse.

Ce qu'il y a de surprenant dans ce calcul, c'est que cette Arithmétique par 0 & 1 se trouve contenir le mystere des lignes d'un ancien Roi & Philosophe nommé *Fohy*, qu'on croit avoir vêcu il y a plus de quatre mille ans, & que les Chinois regardent comme le Fondateur de leur Empire & de leurs sciences. Il y a plusieurs Figures Lineaires qu'on lui attribue. Elles reviennent toutes à cette Arithmétique ; mais il suffit de mettre ici *la Figure de huit Cova* comme on l'appelle, qui passe pour fondamentale, & d'y joindre l'explication qui est manifeste, pourvû qu'on remarque premierement qu'une ligne entiere ——— signifie l'unité ou 1, & secondement qu'une ligne brisée - - - - - - - signifie le zero ou 0.



| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 10 | 11 | 100 | 101 | 110 | 111 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

Les Chinois ont perdu la signification des *Cova* ou Linéations de Fohy, peut-être depuis plus d'un millenaire d'année ; & ils ont fait des Commentaires là-dessus, où ils ont cherché je ne sçai quels sens éloignés. De sorte qu'il a fallu que la vraie explication leur vînt maintenant des Européens : voici comment. Il n'y a gueres plus de deux ans que j'envoyai au R. P. Bouvet Jésuite, François célébre, qui demeure à Pekin, ma maniere de compter par 0 & 1 ; & il n'en fallut pas davantage pour lui faire reconnoître que c'est la clef des Figures de Fohy. Ainsi m'écrivant le 14 Novembre 1701, il m'a envoyé la grande Figure de ce Prince Philosophe qui va à 64, & ne laisse plus lieu de douter de la vérité de notre interprétation ; de sorte qu'on peut dire que ce Pere a déchiffré l'Enigme de Fohy à l'aide de ce que je lui avois communiqué. Et comme ces Figures sont peut-être le plus ancien monument de science qui soit au monde, cette restitution de leur sens, après un si grand intervalle de tems, paroîtra d'autant plus curieuse.

Le consentement des Figures de Fohy & de ma Table des Nombres, se fait mieux voir lorsque dans la Table on supplée les zeros initiaux, qui paroissent superflus, mais qui servent à mieux marquer la période de la colonne, comme je les y ai suppléés en effet avec des petits ronds pour les distinguer des zéros nécessaires, & cet accord me donne une grande opinion de la profondeur des méditations de Fohy. Car ce qui nous paroît aisé maintenant, ne l'étoit pas tant dans ces tems éloignés. L'Arithmétique Binaire ou Dyadique est en effet fort aisée aujourd'hui pour peu qu'on y pense, parce que notre maniere de compter y aide beaucoup, dont il semble qu'on retranche seulement le trop. Mais cette Arithmétique ordinaire par dix ne paroît pas fort ancienne, au moins les Grecs & les Romains l'ont ignorée, & ont été privés de ses avantages. Il semble que l'Europe en doit l'introduction à Gerbert, depuis Pape sous le nom de Sylvestre II, qui l'a eue des Maures d'Espagne.

Or comme l'on croit à la Chine que Fohy est encore Auteur des Caracteres Chinois, quoique fort altérés par la suite des tems, son Essai d'Arithmétique fait juger qu'il pourroit bien s'y trouver encore quelque chose de considérable par rapport aux nombres & aux idées, si l'on pouvoit déterrer le fondement de l'Ecriture Chinoise, d'autant plus qu'on croit à la Chine, qu'il a eu égard aux nombres en l'établissant. Le R. P. Bouvet est fort porté à pousser cette pointe, & très-capable d'y réussir en bien des manieres. Cependant je ne sçai s'il y a jamais eu dans l'Ecriture Chinoise un avantage approchant de celui qui doit être nécessairement dans une Caractéristique que je projette. C'est que tout raisonnement qu'on peut tirer des notions, pourroit être tiré de leurs Caracteres par une maniere de calcul, qui seroit un des plus importans moyens d'aider l'esprit humain.

Histoire de l'Académie Royale des Sciences, année M. DCC. III, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, Paris: Mémoires, pages 85 to 89

*Transcribed from the copy of the Natural History Museum Library, London (Internet Archive)*

archive.org/details/histoiredelacad03laca