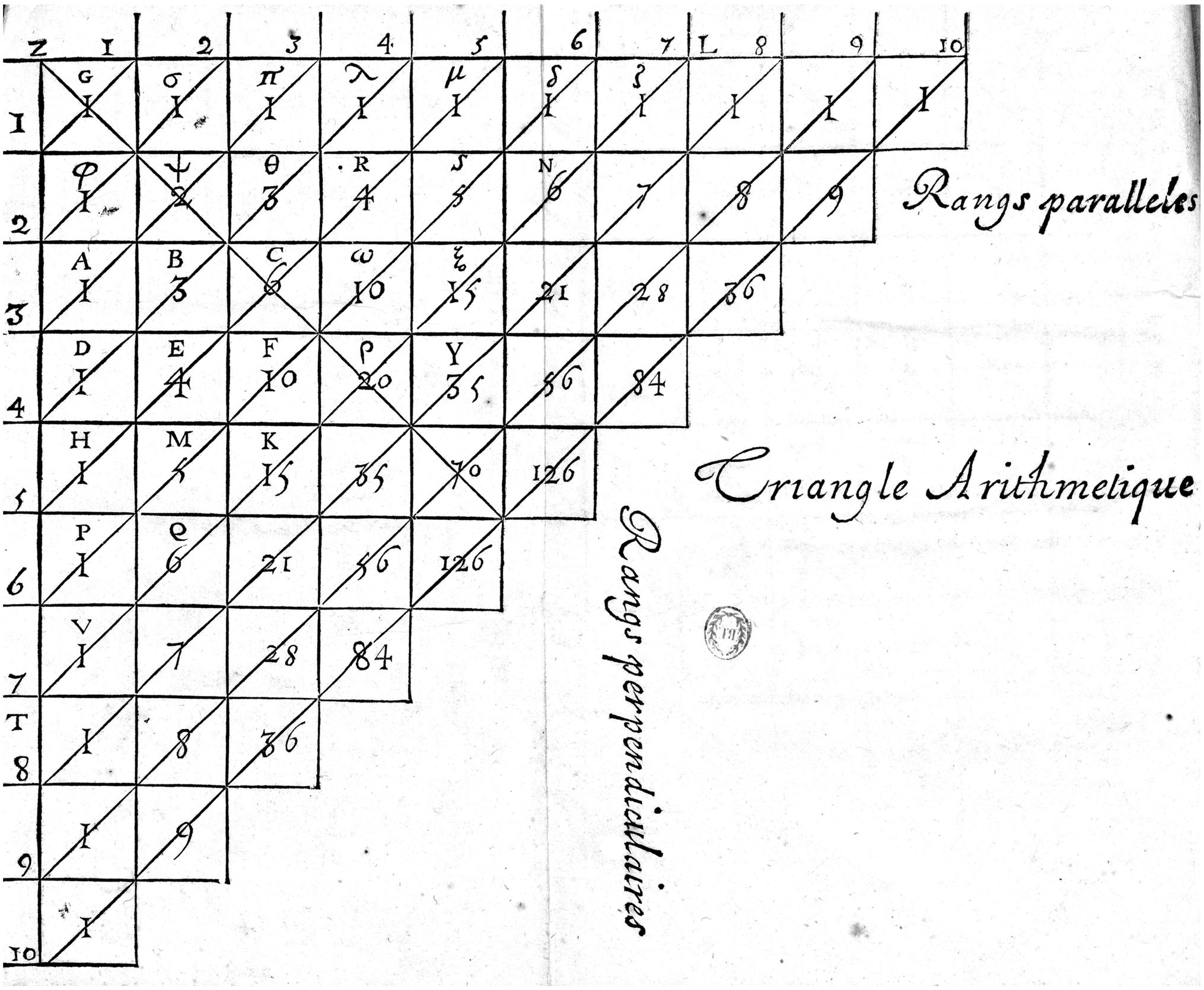
Traitté du Triangle *Arithmetique*

Blaise Pascal

Traité du triangle arithmétique, avec quelques autres petits traitez sur la mesme matiere, par Monsieur Pascal, Paris, 1665, pp. 1-3 and plate



The folding plate of the 1665 edition: the arithmetical triangle, its cells lettered, the parallel ranks (Rangs paralleles) numbered down the side and the perpendicular ranks (Rangs perpendiculaires) along the top. Cliché Bibliothèque de la Sorbonne.

Definitions.

I'Appelle Triangle Arithmetique, *vne figure dont la construction est telle.*

Ie mene d'vn point quelconque, G, deux lignes perpendiculaires, l'vne à l'autre, GV, Gζ, dans chacune desquelles ie prens tant que ie veux de parties égales, & continües à commencer par G, que ie nomme 1. 2. 3. 4. &c. & ces nombres sont les exposans *des diuisions des lignes.*

En suitte ie ioints les points de la premiere diuision qui sont dans chacune des deux lignes, par vne autre ligne qui forme vn triangle dont elle est la base.

Ie ioints ainsi les deux points de la seconde diuision par vne autre ligne, qui forme vn second triangle dont elle est la base.

Et ioignant ainsi tous les points de diuision, qui ont vn mesme exposant, i'en forme autant de triangles & de bases.

Ie mene par chacun des points de diuision, des lignes paralleles aux costez, qui par leurs intersections forment de petits quarrez, que i'appelle Cellules.

Et les cellules qui sont entre deux paralleles qui vont de gauche à droit, s'appellent cellules d'vn mesme rang parallele, *comme les cellules, G, σ, π, &c. ou φ, ψ, θ, &c.*

Et celles qui sont entre deux lignes qui vont de haut en bas, s'appellent, cellules d'vn mesme rang perpendiculaire, *comme les cellules G, φ, A, D, &c. & celles-cy, σ, ψ, B, &c.*

Et celles qu'vne mesme base trauerse diagonalement sont dites cellules d'vne mesme base, *comme celles qui suiuent, D, B, θ, λ, & celles-cy, A, ψ, π.*

Les cellules d'vne mesme base également distantes de ses extremitez, sont dites reciproques, *comme celles-cy, E, R, & B, θ. Parce que l'exposant du rang parallele de l'vne, est le mesme que l'exposant du rang perpendiculaire de l'autre, comme il paroist en cet exemple, ou E, est dans le second rang perpendiculaire, & dans le quatriesme parallele; & sa reciproque R, est dans le second rang parallele, & dans le quatriesme perpendiculaire reciproquement. Et il est bien facile de demonstrer que celles qui ont leurs exposans reciproquement pareils, sont dans vne mesme base, & également distantes de ses extremitez.*

Il est aussi bien facile de demonstrer, que l'exposant du rang perpendiculaire de quelque cellule que ce soit, ioint à l'exposant de son rang parallele, surpasse de l'vnité l'exposant de sa base.

Par exemple, la cellule F, est dans le troisiéme rang perpendiculaire, & dans le quatriesme parallele, & dans la sixiesme base, & ces deux exposants des rangs, 3 † 4 surpassent de l'vnité l'exposant de la base 6. ce qui vient de ce que les deux costez du Triangle sont diuisez en vn pareil nombre de parties, mais cela est plustost compris, que demonstré.

Cette remarque est de mesme nature, que chaque base contient vne cellule plus que la precedente, & chacune autant que son exposant d'vnitez, ainsi la seconde φ σ à deux cellules, la troisiesme A ψ π en a trois &c.

Or les nombres qui se mettent dans chaque cellule se trouuent par cettte methode.

Le nombre de la premiere cellule qui est à l'angle droit est arbitraire, mais celuylà estant placé tous les autres sont forcez, & pour cette raison il s'appelle le Generateur *du triangle. Et chacun des autres est specifié par cette seule regle.*

Le nombre de chaque cellule, est égal à celuy de la cellule qui la precede dans son rang perpendiculaire, plus à celuy de la cellule qui la precede dans son rang parallele. Ainsi la cellule F, c'est à dire le nombre de la cellule F, égale la cellule C, plus la cellule E; & ainsi des autres.

D'où se tirent plusieurs consequences. En voicy les principales, ou ie considere les triangles, dont le generateur est l'vnité; mais ce qui s'en dira conuiendra à tous les autres.

Consequence premiere.

En tout Triangle Arithmetique, toutes les cellules du premier rang parallele, & du premier rang perpendiculaire, sont pareilles à la generatrice.

Car par la construction du Triangle, chaque cellule est égale à celle qui la precede dans son rang perpendiculaire, plus à celle qui la precede dans son rang parallele; Or les cellules du premier rang parallele, n'ont aucunes cellules qui les precedent dans leurs rangs perpendiculaires, ny celles du premier rang perpendiculaire dans leurs rangs paralleles, donc elles sont toutes égales entr'-elles, & partant au premier nombre generateur.

Ainsi, φ, égale G † zero, c'est à dire φ, égale, G.
Ainsi A, égale φ † zero, c'est à dire φ.
Ainsi σ, égale G † zero, & π, égale σ † zero.
Et ainsi des autres.

Found already printed among Pascal's papers after his death in 1662 (Avertissement of the 1665 edition), and published by Guillaume Desprez in 1665.

Excerpt: the definitions and the first consequence, pp. 1-3, and the folding plate. Public domain. Plate: Cliché Bibliothèque de la Sorbonne. Text: Source gallica.bnf.fr / BnF.

nubis.bis-sorbonne.fr/ark:/15733/nqpm · gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b86262012